

Dragi elevi,

-La fișele atașate aveți și o parte teoretică atât la algebră cât și la geometrie.

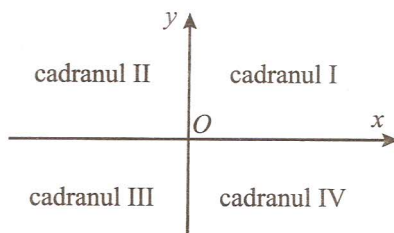
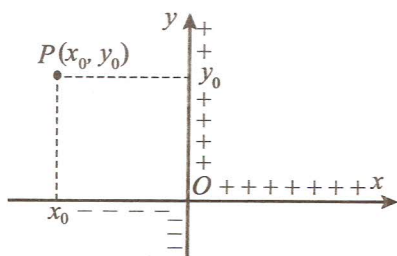
-Vă rog să rezolvați exercițiile încercuite, + pentru o mai bună exersare încercați să rezolvați cât mai multe exerciții de pe fișă / manual / culegere.

Temele efectuate pe această săptămână, cât și orice întrebare/nelămurire legat de exerciții se trimit pe adresa de email:

lilianapacurariu@yahoo.com

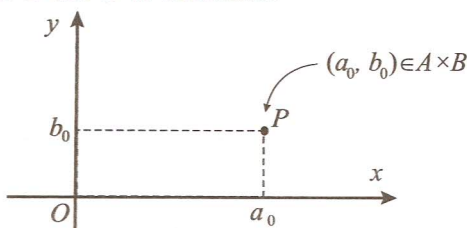
până în data de 02.05.2020 (sâmbătă)

Succes, să aveți grijă de voi și să ne revedem cu bine!



Definiție: **Produsul cartezian** a două mulțimi nevide A și B este mulțimea $A \times B$, ale cărei elemente sunt perechi ordonate (a, b) cu $a \in A$ și $b \in B$.
 $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$.

Observația 4: Dacă n este numărul elementelor lui A și m este numărul elementelor lui B , atunci $A \times B$ are $n \cdot m$ elemente.



Distanța dintre două puncte din plan

Fie punctele $A(x_1, y_1)$ și $B(x_2, y_2)$. Atunci:

1. Distanța dintre punctele A și B este $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
2. Mijlocul segmentului $[AB]$ este $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Să rezolvăm!

*

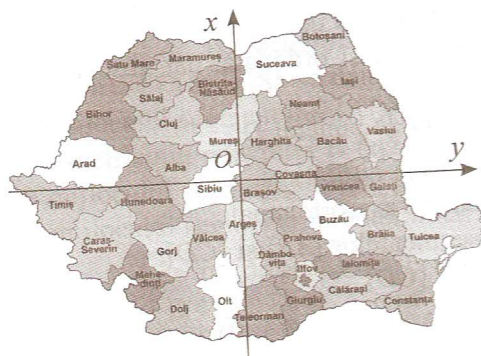
1. Fie mulțimile $A = \{1; 2; 3\}$ și $B = \{4; 5\}$.
 a) determinați mulțimile $A \times B$, $B \times A$, $A \times A$ și $B \times B$;
 b) câte elemente au fiecare din mulțimile determinate la punctul a).
2. Știind că $A \times B = \{(-2; -1), (-2; 0), (-2; 1), (1; -1), (1; 0), (1; 1)\}$, să se determine:
 a) mulțimile A și B ;
 b) mulțimile $A \cup B$ și $A \cap B$;
 c) produsul $B \times A$.
3. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale puncte ale căror coordonate sunt următoarele perechi de numere întregi: $(1; 2)$, $(2; 1)$, $(-3; 4)$, $(2; -1)$, $(-2; 0)$, $(0; 3)$.

**

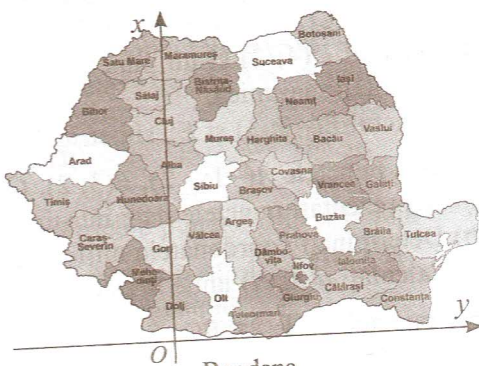
4. Fie mulțimile $A = \{0; 3\}$ și $B = \{-1; 2\}$.
 a) determinați mulțimile $A \times B$, $B \times A$, $A \times A$ și $B \times B$;
 b) determinați cardinalele mulțimilor $B \times B$ și $A \times B$;
 c) reprezentați într-un sistem de axe ortogonale elementele mulțimii $(A \cup \{-2\}) \times B$.

5. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 1\}$. Reprezentați într-un reper cartezian elementele mulțimii $A \times A$.
6. Fie mulțimile $A = \{-2; 0; 1\}$ și $B \subset \mathbb{Z}$.
- a) Determinați elementele lui B , știind că are 2 elemente și produsul elementelor sale este -1 ;
- b) Să se scrie elementele mulțimilor $A \times B$ și $B \times A$, B fiind mulțimea determinată la a).
7. Fie mulțimile $A = \{-3; 0; 1; 2\}$ și $B \subset \mathbb{Z}$.
- a) Determinați elementele lui B , știind că elementele din B au suma modulelor 2.
- b) Să se scrie mulțimile $A \times B$ și $B \times A$ știind că B este mulțime determinată la punctul a), iar $\text{card}(A \times B) = 12$.

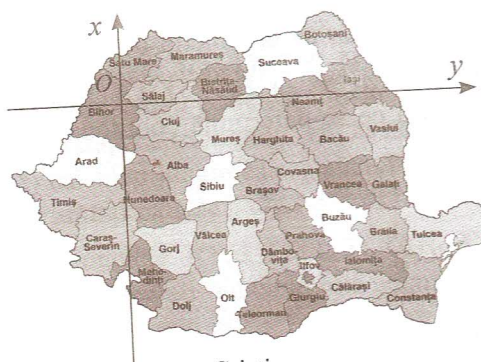
8. O cerință, la un proiect pentru geografie, a fost să se precizeze în ce cadran se află fiecare dintre județele: Brăila, Caraș-Severin, Cluj, Constanța, Suceava, Teleorman și Timiș, după o reprezentare în care se suprapune pe un reper cartezian harta județelor țării. La verificări, Andrei, Bogdana, Cristina și Darius au dat răspunsuri diferite.



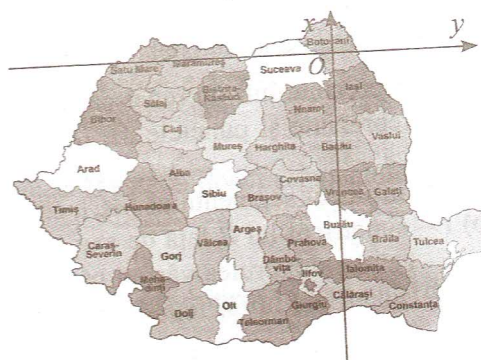
Andrei



Bogdana



Cristina



Darius

Urmăriți reprezentările celor patru elevi, după care:

- a) realizați un tabel în care să fie precizate cadranele în care cei patru elevi au găsit județele enunțate;
- b) verificați dacă sunt județe care apar în același cadran la toți cei patru elevi;
- c) justificați din ce cauză acești elevi au obținut răspunsuri diferite.

- 9.** Determinați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
- $A(1; 1)$ se află pe axa Ox ;
 - $B(-2; 0)$ se află pe axa Oy ;
 - $C(4; 0)$ se află pe axa Ox ;
 - $D(0; -2)$ se află pe axa Oy ;
 - $E(2; -3)$ este simetricul punctului $F(2; 3)$ față de axa Ox ;
 - $G(0; 4)$ este simetricul punctului $H(0; -4)$ față de axa Oy ;
 - $M(-2; 2)$ este simetricul punctului $N(2; -2)$ față de origine.
 - $E(2; -3)$ se află în cadranul IV;
 - $F(-3; 2)$ se află în cadranul III;
 - $G(2; 5)$ se află în primul cadran;
 - $H(-7; -1)$ nu se află în cadranul IV.
- 10.** Fie D_n mulțimea divizorilor naturali ai lui n .
- scrieți elementele mulțimilor D_3 și D_5 ;
 - determinați mulțimile $D_3 \times D_5$ și $D_5 \times D_3$;
 - reprezentați în același sistem de axe ortogonale elementele mulțimilor $D_3 \times D_5$ și $D_5 \times D_3$.
- 11.** În sistemul de axe ortogonale xOy , să se reprezinte:
- punctul $A(-3; 1)$ și punctul A' , simetricul lui față de origine;
 - punctul $B(-1; -2)$ și punctul B' , simetricul lui față de axa Ox ;
 - punctul $C(2; -3)$ și punctul C' , simetricul lui față de axa Oy ;
 - punctul $D(4; 2)$ și un punct D' care are aceeași ordonată, dar abscisa este cu 3 unități mai mică;
 - punctul $E(-2; 3)$ și E' , simetricul lui E față de punctul D' .
- 12.** Se dau punctele $A(-1; -2)$, $B(3; 2)$, $C(2; -4)$ și $D(6; 4)$.
- Reprezentați punctele date într-un sistem de axe ortogonale;
 - Determinați coordonatele mijloacelor segmentelor $[AB]$ și $[CD]$;
 - Calculați $d(A; N)$ unde N este mijlocul lui $[CD]$.
- 13.** Fie punctele $A(1; 2)$, $B(1; 3)$, $C(4; 2)$, $D(3; 1)$, $E(0; 2)$, $F(3; 0)$.
- Reprezentați punctele date într-un sistem de axe ortogonale;
 - Calculați lungimile segmentelor $[AB]$, $[AC]$, $[CD]$, $[BE]$, $[EF]$;
 - Determinați coordonatele mijloacelor segmentelor de la punctul b).
- 14.** Să se reprezinte într-un reper cartezian punctele $A(-1; 2)$, $B(2; 3)$ și $C(1; 6)$, apoi să se reprezinte și punctele M , D , E și Q după ce se determină coordonatele lor, știind că:
- M – mijlocul segmentului $[AC]$;
 - D – simetricul lui B față de axa Ox ;
 - E – cel de-al patrulea vârf al pătratului $ABCE$;
 - Q – simetricul lui M față de originea reperului.
- 15.** Fie punctele $A(2; 2)$, $B(4; 2)$, $C(4; -3)$, $D(2; -3)$.
- reprezentați punctele într-un sistem de axe ortogonale;
 - arătați că $ABCD$ este dreptunghi;
 - calculați A_{ABCD} .
- 16.** Se consideră punctele $A(-4; -5)$, $B(x, -2)$ și $C(6; y)$. Să se determine x și y în următoarele situații:
- A este mijlocul segmentului $[BC]$,
 - B este mijlocul segmentului $[AC]$;
 - A și B sunt simetrice față de C ;
 - $d(A, C) = 10$ și $d(A, B) = 3$.

Fișa de probleme

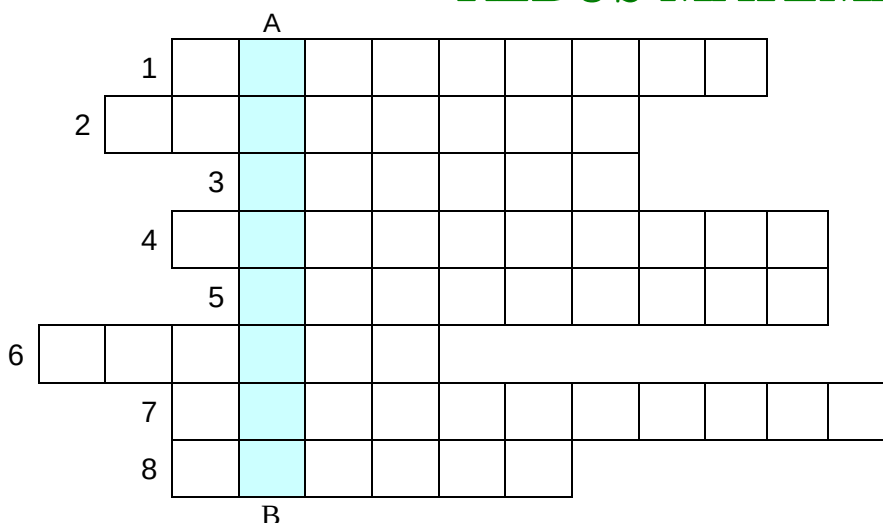
- 1) Știind că în triunghiul ABC, dreptunghic în A, $\sin B = \frac{2}{3}$ și că lungimea ipotenuzei este de 12 cm, calculați lungimea catetelor și $\tan C$.
- 2) În triunghiul oarecare ABC se știe că $m(\angle B) = 60^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$, iar $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Calculați lungimile segmentelor AD, BD, respectiv AC și aria triunghiului ABC.
- 3) Să se calculeze aria unui triunghi oarecare, ascuțitunghic, cunoscând lungimile a două laturi și măsura unghiului determinat de ele.
- 4) În triunghiul ascuțitunghic ABC, înălțimea [AD] are lungimea de 60 cm, iar $\sin C = 0,8$ și $\sin B = \frac{5}{13}$. Să se determine perimetrul triunghiului și lungimea înălțimii [BE]
- 5) Fie un triunghi ABC cu $m(\angle C) = 90^\circ$. Rezolvați triunghiul pe baza datelor din tabelul de mai jos:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
AB			14	6		$2\sqrt{2}$		$\sqrt{18}$
BC		3				$\sqrt{6}$	$6\sqrt{3}$	
AC	$2\sqrt{3}$				5		18	3
$m(\angle A)$	30°	60°		45°				
$m(\angle B) =$			60°		45°			



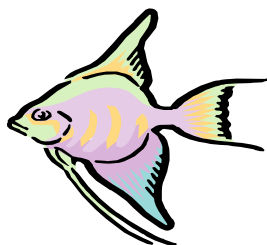
REBUS MATEMATIC

REBUS MATEMATIC



Orizontal

1. Cea mai lungă latură a unui triunghi dreptunghic.
2. Poligonul cu trei laturi.
3. Matematician grec din Milet.
4. Materie de studiu în școală.
5. Ramură a matematicii.
6. Câtul neefectuat a două numere.
7. Triunghiul cu un unghi drept.
8. Altă latură a unui triunghi dreptunghic.

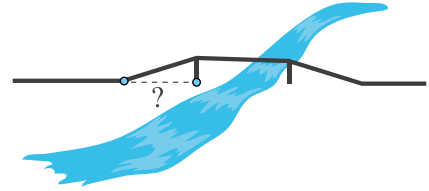


Vertical A-B: Numele unui matematician grec cunoscut și pentru teorema care-i poartă numele.



Rezolvarea triunghiului dreptunghic

La construcția unui pod sau a unei pasarele, cunosc înălțimea podului sau a pasarelei. Mai știu că panta de urcare trebuie să formeze cu orizontala locului un unghi cu o anumită măsură (nu orice pantă poate fi urcată de către o mașină). Vreau să află la ce distanță de pod sau pasarelă trebuie să începă panta. Într-o astfel de situație mă ajută trigonometria.



Observă!

1. Sara calculează distanța de la pod până la punctul unde începe panta, în situația în care înălțimea podului este de 3 m și unghiul pantei este de 15° . Ea reprezintă grafic această situație ca în *Figura 12*.

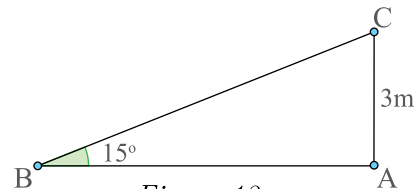


Figura 12

Observă cum a calculat Sara.

Cum gândește Sara	Cum scrie Sara
Trebuie să determin lungimea unei catete, cunoscând cealaltă catetă și un unghi ascuțit. Catetele și un unghi ascuțit sunt „legate” prin tangentă sau cotangentă.	$\text{ctg } 15^\circ = \frac{AB}{AC}$
Cotangenta de 15° o caut în tabel, iar pe AC îl cunosc.	$3,732 = \frac{AB}{3}$
Acum îl pot afla pe AB .	$AB = 3,732 \cdot 3 = 11,196 \text{ m}$

Important

- A rezolva un triunghi dreptunghic înseamnă să determin toate elementele triunghiului (lungimile laturilor, lungimea înălțimii și măsurile unghiurilor ascuțite) atunci când cunosc două dintre ele, dintre care, cel puțin una este lungime.

- Sunt mai multe situații în care pot rezolva un triunghi dreptunghic:

1) Cunosc lungimile catetelor.

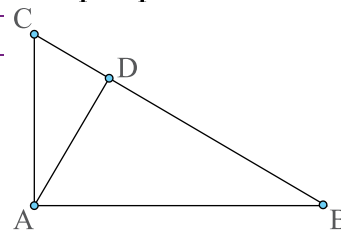
Cum procedez	Exemplu
- Cu teorema lui Pitagora determin lungimea ipotenuzei. - Cu teorema catetei determin lungimea proiecției uneia dintre catete. - Prin diferență determin lungimea celeilalte proiecții. - Cu teorema înălțimii determin lungimea înălțimii. - Cu definiția pentru sinus (sau oricare alta), folosind tabelele, determin măsura unui unghi ascuțit. - Prin diferență determin măsura celuiilalt unghi ascuțit.	$AB = 4 \text{ cm}$ și $AC = 3 \text{ cm}$. $BC^2 = AB^2 + AC^2$ $\Rightarrow BC^2 = 4^2 + 3^2$ $\Rightarrow BC^2 = 25$ $\Rightarrow BC = \sqrt{25} \Rightarrow BC = 5 \text{ cm}$. $AB^2 = BC \cdot BD \Rightarrow 4^2 = 5 \cdot BD \Rightarrow$ $BD = \frac{16}{5} = 3,2 \text{ cm}$. $DC = 5 - 3,2 = 1,8 \text{ cm}$. $AD^2 = BD \cdot CD \Rightarrow AD^2 = 3,2 \cdot 1,8 = 5,76 \Rightarrow$ $AD = \sqrt{5,76} \Rightarrow AD = 2,4 \text{ cm}$ $\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \sin B = \frac{3}{5} = 0,6 \Rightarrow \sphericalangle B = 37^\circ$. $\sphericalangle C = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

2) Cunosc lungimea ipotenuzei și lungimea unei catete.

- Cu teorema lui Pitagora determin lungimea celeilalte catete apoi procedez ca în cazul 1).

3) Cunosc lungimea ipotenuzei și lungimea proiecției unei catete pe ipotenuză.

Cum procedez	Exemplu
- Cu teorema catetei determin lungimea catetei a cărei proiecție o știu. - Cu teorema lui Pitagora determin lungimea celeilalte catete. - Prin diferență determin proiecția celeilalte catete. - Cu teorema înălțimii determin lungimea înălțimii. - Cu definiția pentru sinus (sau oricare alta), folosind tabelele, determin măsura unui unghi ascuțit. - Prin diferență determin măsura celuiilalt unghi ascuțit.	$BC = 5$ cm și $BD = 3,2$ cm. $AB^2 = BC \cdot BD$ $\Rightarrow AB^2 = 5 \cdot 3,2 = 16$ $\Rightarrow AB = \sqrt{16} = 4$ cm $AC^2 = BC^2 - AB^2 \Rightarrow AC^2 = 5^2 - 4^2$ $\Rightarrow AC^2 = 9 \Rightarrow AC = \sqrt{9} \Rightarrow AC = 3$ cm. $DC = 5 - 3,2 = 1,8$ cm. $AD^2 = BD \cdot CD \Rightarrow$ $AD^2 = 3,2 \cdot 1,8 = 5,76 \Rightarrow AD = \sqrt{5,76} \Rightarrow$ $AD = 2,4$ cm $\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \sin B = \frac{3}{5} = 0,6 \Rightarrow \sphericalangle B = 37^\circ$ $\sphericalangle C = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

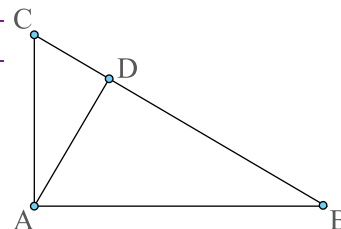


4) Cunosc lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză.

- Prin adunare determin lungimea ipotenuzei, apoi sunt în situația de la cazul 3).

5) Cunosc lungimea înălțimii și lungimea unei catete.

Cum procedez	Exemplu
- Cu teorema lui Pitagora în triunghiul format de catetă și înălțime determin lungimea proiecției catetei pe ipotenuză. - Cu teorema catetei determin lungimea ipotenuzei. - Cu teorema lui Pitagora determin lungimea celeilalte catete. - Prin diferență determin proiecția celeilalte catete. - Cu teorema înălțimii determin lungimea înălțimii. - Cu definiția pentru sinus (sau oricare alta), folosind tabelele determin măsura unui unghi ascuțit. - Prin diferență determin măsura celuiilalt unghi ascuțit.	$AB = 4$ cm și $AD = 2,4$ cm. În $\triangle ABD (\sphericalangle D = 90^\circ)$, $BD^2 = AB^2 - AD^2$ $\Rightarrow BD^2 = 4^2 - 2,4^2$ $\Rightarrow BD^2 = 10,24 \Rightarrow BD = \sqrt{10,24} \Rightarrow$ $BD = 3,2$ cm $AB^2 = BC \cdot BD \Rightarrow$ $4^2 = BC \cdot 3,2 \Rightarrow BC = \frac{16}{3,2} = 5$ cm $AC^2 = BC^2 - AB^2 \Rightarrow AC^2 = 5^2 - 4^2$ $\Rightarrow AC^2 = 9 \Rightarrow AC = \sqrt{9} \Rightarrow AC = 3$ cm. $DC = 5 - 3,2 = 1,8$ cm. $AD^2 = BD \cdot CD \Rightarrow$ $AD^2 = 3,2 \cdot 1,8 = 5,76 \Rightarrow AD = \sqrt{5,76} \Rightarrow$ $AD = 2,4$ cm $\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \sin B = \frac{3}{5} = 0,6$ $\Rightarrow \sphericalangle B = 37^\circ$. $\sphericalangle C = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$



6) Cunosc lungimea înălțimii și lungimea proiecției uneia dintre catete pe ipotenuză.

- Dintr-un triunghi dreptunghic determin lungimea unei catete, apoi sunt în situația de la cazul 5).

7) Cunosc lungimea unei catete și lungimea proiecției sale pe ipotenuză.

- Cu teorema catetei determin lungimea ipotenuzei, apoi sunt în situația de la cazul 2).

8) Cunoșc lungimea uneia dintre laturi și măsura unui unghi ascuțit.

- Cu ajutorul lui sinus, cosinus, tangentă sau cotangentă și a tabelelor determin lungimea încă unei laturi, apoi sunt în situația de la cazul 1) sau 2).

Exersează!



2. În *Figura 13*, triunghiul ABC este dreptunghic, $\angle A = 90^\circ$ și AD este înălțime. Completează *Tabelul 2*:

	a	b	c	d	e	f	g	h
AB	$10\sqrt{2}$						10	
AC	10	8	6		12			
BC		16				10		
BD				3				8
CD			$6\sqrt{2}$					18
AD				$3\sqrt{3}$			$5\sqrt{3}$	
$\angle B$					60°			
$\angle C$						45°		

Tabelul 2

3. **Problemă rezolvată.** Se consideră triunghiul oarecare ABC , în care $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm și $\angle A = 60^\circ$, ca în *Figura 14*. Determină aria triunghiului ABC .

Rezolvare: Construim înălțimea CD . În $\triangle ADC$, $\angle D = 90^\circ$. Avem $\sin 60^\circ = \frac{CD}{AC}$, adică $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CD}{8}$, de unde $CD = 4\sqrt{3}$ cm.

$$\text{Acum, } \mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot CD}{2} = \frac{6 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

4. Se consideră triunghiul isoscel ABC , în care $AB = AC = 10$ cm și $BC = 12$ cm. Determină sinusul unghiului A .

5. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC , în care $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ și înălțimea AD , $D \in BC$ cu lungimea de $4\sqrt{2}$ cm. Determină perimetrul triunghiului ABC .

6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC , în care $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, $\angle A = 60^\circ$. Construim $BD \perp AC$, $D \in AC$.

- Determină lungimea segmentului BD .
- Ce lungime are segmentul DC ?
- Determină lungimea laturii BC și calculează perimetrul triunghiului ABC .

7. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC , în care $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, $\angle A = 120^\circ$. Construim $BD \perp AC$, $D \in AC$.

- Determină lungimea segmentului BD .
- Ce lungime are segmentul DC ?
- Determină lungimea laturii BC și calculează perimetrul triunghiului ABC .

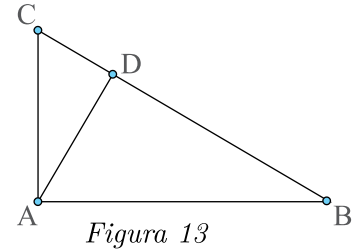


Figura 13

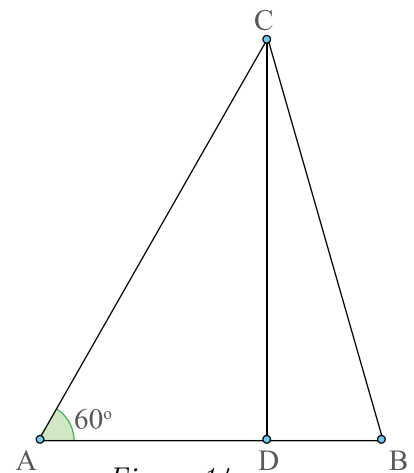


Figura 14