

Ecuatii în mulțimea numerelor raționale

Noțiuni de teorie

Definiție: Propozițiile cu o variabilă, de forma $ax + b = 0$, unde $a \in \mathbb{Q}^*$ și $b \in \mathbb{Q}$ se numesc ecuații cu o necunoscută (x este necunoscuta).

Definiție: Un număr rațional x_0 , dintr-o mulțime precizată, pentru care $ax_0 + b = 0$ se numește soluție a ecuației.

A rezolva o ecuație înseamnă a găsi mulțimea soluțiilor dintr-o mulțime dată.

Două ecuații sunt echivalente dacă au aceeași mulțime a soluțiilor.

Să rezolvăm!

Z. Etapele de rezolvare ale unei ecuații în mulțimea numerelor raționale sunt analoage etapelor rezolvării unei ecuații în mulțimea numerelor întregi. Observați și analizați cu atenție rezolvarea următoarelor două ecuații:

$$(1) \quad 3x + 10 = 2 - x, \quad x \in \mathbb{Z}$$

$$(2) \quad \frac{3}{2} \cdot x + 10 = \frac{1}{4} - x, \quad x \in \mathbb{Q}$$

Nr. crt.	Ecuatia (1)	Ecuatia (2)	Etapele rezolvării
1)	$3x + 10 = 2 - x$	$\frac{3}{2} \cdot x + 10 = \frac{1}{4} - x$	Trecem termenul +10 din membrul I în membrul II și îi schimbăm semnul. Rezultă ecuația 2)
2)	$3x = 2 - x - 10$	$\frac{3}{2} \cdot x = \frac{1}{4} - x - 10$	Trecem termenul $-x$ din membrul II în membrul I și îi schimbăm semnul. Rezultă ecuația 3)
3)	$\begin{aligned} 3x + x &= 2 - 10 \\ 3x + x &= 4x \\ 2 - 10 &= -8 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{3}{2} \cdot x + x &= \frac{1}{4} - 10 \\ \frac{3}{2} \cdot x + x &= \left(\frac{3}{2} + 1\right) \cdot x = \frac{5}{2} \cdot x \\ \frac{1}{4} - 10 &= \frac{1 - 40}{4} = -\frac{39}{4} \end{aligned}$	Efectuăm calculele. Rezultă ecuația 4)
4)	$4x = -8$	$\frac{5}{2} \cdot x = -\frac{39}{4}$	Împărțim ambii membri ai ecuației prin coeficientul termenului liber. Rezultă 5)
5)	$x = (-8):4$	$x = -\frac{39}{4} : \frac{5}{2}$	Efectuăm calculele.
6)	$x = -2, \quad x \in \mathbb{Z}$	$x = -\frac{39}{10} = -3,9, \quad x \in \mathbb{Q}$	Soluția fiecărei ecuații

★

1. Rezolvați în \mathbb{Q} ecuațiile:

a) $x + \frac{4}{9} = -\frac{2}{3}$;

d) $12 + x = -7\frac{2}{3}$;

g) $-3\frac{4}{7} + x = 2$;

j) $x - 1\frac{2}{5} = -\frac{7}{10}$;

b) $3\frac{1}{4} + x = 4$;

e) $x - 1 = \frac{5}{2}$;

h) $x + 2 = -3\frac{5}{4}$;

k) $x + 2\frac{2}{7} = 5$;

c) $-6\frac{1}{7} + x = 8\frac{1}{3}$;

f) $x + 3\frac{1}{2} = -2\frac{1}{3}$;

i) $x - \frac{7}{8} = \frac{5}{6}$;

l) $x - \frac{7}{12} = -\frac{1}{3}$;

2. Rezolvați în \mathbb{Q} ecuațiile:

a) $x + 1,3 = 2$;

d) $-5,2 + x = 7,4$;

g) $x - 3,85 = -2,5$;

j) $x - 5,7 = 1,9$;

m) $-17,5 + x = -(-2,5)$;

b) $5,7 + x = -9,2$;

e) $x - 17,39 = 153,6$;

h) $-2,3 + x = -4,2$;

k) $x + (-3,24) = -0,15$;

n) $x - 3,3 = -3,3$;

c) $x + 3 = -8,25$;

f) $9,5 + x = 8$;

i) $x - 4 = -5,6$;

l) $x - (-13,2) = 9,84$;

3. Determinați numărul rațional x :

a) $\frac{7}{9} - x = \frac{1}{3}$;

d) $2\frac{2}{3} - x = -4$;

g) $17,3 - x = 3,8$;

j) $-5,3 - x = -4,2$;

b) $-5\frac{1}{2} - x = -\frac{7}{8}$;

e) $1\frac{1}{2} - x = \frac{5}{6}$;

h) $-5,4 - x = 2$;

k) $2,4 - x = -3$;

c) $1\frac{5}{7} - x = 4\frac{1}{8}$;

f) $-x + \frac{5}{3} = 1$;

i) $13,2 - x = -9,8$;

l) $3,5 - x = -4,75$.