



Proprietăți ale relației de divizibilitate

(teorie + exerciții)

PROPRIETĂȚI:	
P1)	$1 \mid a$, pentru orice $a \in \mathbb{N}$ (proprietatea spune că orice număr se divide cu 1 sau 1 divide pe orice număr)
P2)	$a \mid 0$, pentru orice $a \in \mathbb{N}$ (proprietatea spune că 0 se divide cu orice număr sau orice număr îl divide pe 0)
P3)	$a \mid a$, pentru orice număr $a \in \mathbb{N}$ (proprietatea ne spune că orice număr natural se divide cu el însuși)
P4)	dacă $a \mid b$ și $b \mid c$ atunci $a \mid c$ pentru orice $a, b, c \in \mathbb{N}$ (proprietatea spune că dacă un prim număr se divide cu un al doilea și al doilea se divide cu un al treilea, atunci și primul se divide cu al treilea)
P5)	dacă $a \mid b$ și $b \mid a$, atunci $a = b$ pentru orice $a, b \in \mathbb{N}$ (proprietatea spune că dacă două numere se divid reciproc atunci ele sunt unul și același număr)
P6)	dacă $a \mid b$ atunci $a \cdot n \mid b \cdot n$, pentru orice $a, b, n \in \mathbb{N}$ (proprietatea spune că relația de divizibilitate rămâne adevărată dacă numerele se înmulțesc cu un alt număr)
P7)	dacă $a \mid b$ atunci $a \mid b \cdot n$, pentru orice $a, b, n \in \mathbb{N}$ (proprietatea spune că dacă un număr b se divide cu un număr a , atunci rezultatul înmulțirii lui b cu un alt număr n se va divide și el cu a)
P8)	dacă $a \mid b$ și $a \mid c$ atunci $a \mid (b \pm c)$, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{N}$ (proprietatea spune că dacă două numere b și c sunt divizibile cu un același număr a atunci și suma și diferența lor e divizibilă cu acel număr a)

Exerciții:

1. Știind că $2 \mid x$ precizați dacă următoarele propoziții sunt adevărate (precizând proprietatea) sau false

a) $2 \mid 5x$ b) $2 \mid 1$ c) dacă $x \mid 2$ atunci $x=2$ d) $2 \mid (x+4)$

e) $2 \mid (x-3)$ f) $2 \mid (8-x)$ g) $2 \mid (x^2-4)$ h) $2 \mid x \cdot 7$

2. Precizați fără a efectua calculele dacă următoarele numere sunt divizibile cu 2

$A=256+2030$ $B=4912-3998$ $C=14 \cdot 5997$ $D=\overline{a32}-\overline{cb4}$ $E=\overline{6a0}+\overline{3bb8}-112$

DA ____ NU DA ____ NU DA ____ NU DA ____ NU DA ____ NU

3. Precizați dacă următoarele propoziții sunt adevărate sau false:

a) Dacă $15 \mid a$ atunci $3 \mid a$ b) Dacă $9 \mid a$ atunci $3 \mid a$

c) Dacă $25 \mid a$ atunci $5 \mid a$ d) Dacă $2 \mid a$ atunci $6 \mid a$

e) Dacă $5 \mid a$ atunci $10 \mid a$ f) Dacă $10 \mid a$ atunci $5 \mid a$

4. Precizați fără a efectua calculele dacă următoarele numere sunt divizibile cu 3

$A=2001+2016$ $B=4915-204$ $C=3^k+3^{k+1}+3^{k+2}$ $D=5301-\overline{aaa}$

DA ____ NU DA ____ NU DA ____ NU DA ____ NU

5. Știind că $5 \mid n$, demonstrați că

a) $5 \mid (n+35)$

b) $5 \mid (7n+30)$

c) $5 \mid (n+15)$

Exemplu: a)

$$\left. \begin{array}{l} 5 \mid n \\ 5 \mid 35 \end{array} \right\} \xRightarrow{p^8} 5 \mid (n+35)$$

6. Arătați că

a) Dacă $3 \mid (2a+b)$ atunci $3 \mid (8a+10b)$

b) Dacă $5 \mid (2a+7b)$ atunci $5 \mid (17a+17b)$

c) Dacă $2 \mid (3a+b)$ atunci $2 \mid (11a+13b)$

Exemplu: a)

$$\left. \begin{array}{l} 3 \mid 2a+b \\ 3 \mid 6 \xRightarrow{p^7} 3 \mid 6a \\ 3 \mid 9 \xRightarrow{p^7} 3 \mid 9b \end{array} \right\} \xRightarrow{p^8} 3 \mid (2a+b+6a+9b) \Rightarrow 3 \mid (8a+10b)$$