

# FRAȚII ORDINARE

# 8



## MATEMATICA DE ACASĂ LA ȘCOALĂ

### Vei identifica fracții ordinare sau zecimale în contexte variate:

- vei utiliza reprezentări grafice pentru ilustrarea fracțiilor subunitare, echiunitare, supraunitare;
- vei verifica echivalența a două fracții prin reprezentări;
- vei scrie procente sub formă de fracție.

### Vei efectua calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice:

- vei introduce și vei scoate întregii dintr-o fracție ordinară;
- vei calcula fracții echivalente cu o fracție dată prin amplificare sau simplificare;
- vei simplifica fracții ordinare pentru a obține o fracție ireductibilă;
- vei aduce fracții la același numitor;
- vei compara fracții cu același numărător sau același numitor.

### Vei utiliza algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale:

- vei verifica echivalența unor fracții.

### Vei utiliza limbajul specific fracțiilor/procentelor în situații date:

- vei încadra o fracție între două numere naturale consecutive;
- vei scrie sub formă de procent fracții care au numitorul 2, 4, 5 sau 25.

### Vei analiza situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei utiliza aproximări ale fracțiilor pentru a le reprezenta;
- vei utiliza reprezentări ale fracțiilor pentru a le compara.

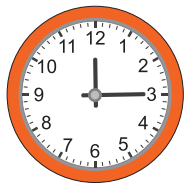
### Vei reprezenta matematic, folosind fracții, o situație dată, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.):

- vei argumenta demersul de rezolvare a unei probleme pornind de la un set de informații cu caracter cotidian sau științific.

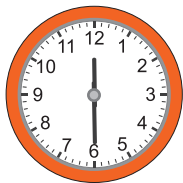
# Fracții ordinare. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente. Frații echivalente

## Amintește-ți!

1 **Lucrați în perechi.** Asociați fiecare imagine cu fracția corespunzătoare dintr-un disc (sau dintr-o oră):



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{4}$$

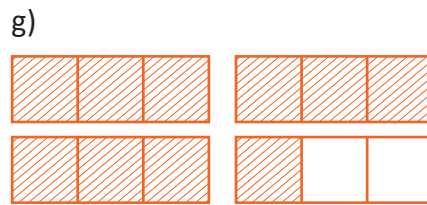
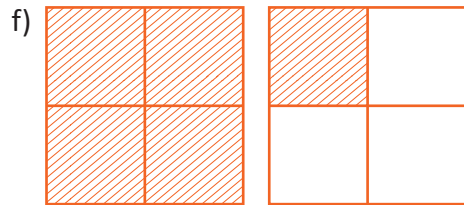
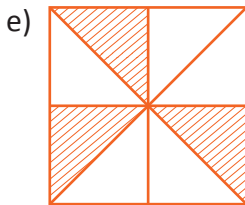
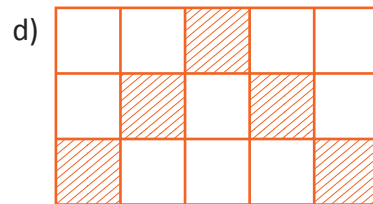
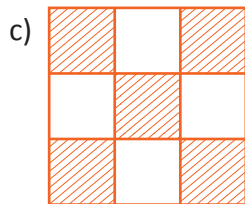
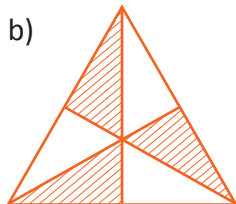
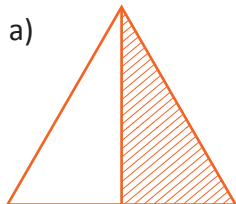


$$\frac{3}{4}$$

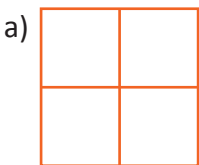
$$\frac{1}{9}$$



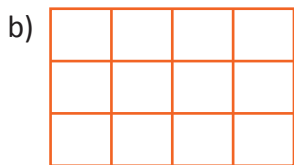
2 **Scrive, pentru fiecare desen, ce fracție reprezintă partea hașurată din întreg.**



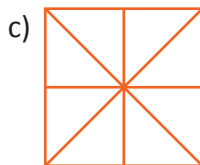
3 **Reprodu desenele pe caiet, apoi reprezintă, prin hașurare, fracțiile scrise în dreptul figurilor de mai jos:**



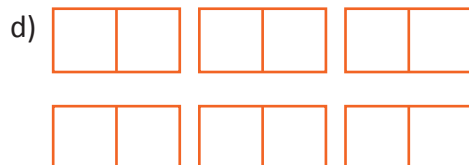
$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{5}{12}$$



$$\frac{8}{8}$$



$$\frac{10}{2}$$

4 **Reprezintă, prin hașurare, folosind pătrate cu latura de 4 cm, fracțiile:**

a)  $\frac{2}{4}$ ; b)  $\frac{6}{8}$ ; c)  $\frac{2}{2}$ ; d)  $\frac{7}{16}$ ; e)  $\frac{1}{1}$ ; f)  $\frac{7}{4}$ .

**Important**

- Orice obiect care urmează a fi împărțit în mai multe părți de mărimi egale se va numi **întreg** sau **unitate** și se va reprezenta prin segmente sau figuri geometrice (dreptunghi, pătrat, cerc etc.)
- O parte dintr-un întreg care a fost împărțit în părți de mărimi egale se numește **unitate fracționară**. Dacă luăm 0 părți egale dintr-un întreg, atunci nu luăm nimic, deci rezultatul va fi 0. În schimb, nu putem împărți niciodată un întreg în 0 părți egale. Cu alte cuvinte, numărătorul unei fracții poate fi 0, dar numitorul nu poate fi niciodată nul.

**Unitate fracționară**

- Una sau mai multe unități fracționare reprezintă o **fracție**.



numărător

linie de fracție

numitor

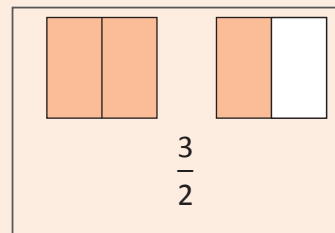
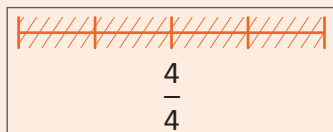
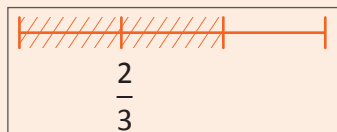
- Arată câte părți de mărimi egale am luat din întreg.

- Numără unitățile fracționare.

- Arată în câte părți de mărimi egale a fost împărțit întregul.

- Numește fracția.

- Fracțiile se pot reprezenta prin desene folosind segmente sau figuri geometrice (dreptunghi, pătrat, cerc etc.)

*Exemple:*

- Fracția  $\frac{p}{100}$  unde  $p$  este un număr, se poate scrie  $p\%$  și se numește **procent**.

Scriu	Citesc	Înțeleg
$p\%$	$p$ la sută	$\frac{p}{100}$

- Clasificarea fracțiilor:

Denumire	Ce reprezintă?	Cum le recunosc?
Fracție subunitară	Este mai mică decât unitatea (un întreg)	numărător < numitor
Fracție echiunitară	Este egală cu unitatea (un întreg)	numărător = numitor
Fracție supraunitară	Este mai mare decât unitatea (un întreg)	numărător > numitor

**Observă și descoperă!**



- 5 Ana, Mihai, Radu și Ioana au de parcurs același drum de acasă până la școală. Ana a parcurs **jumătate** din drum. Mihai a mers **două pătrimi**. Radu a parcurs **trei șesimi**, iar Ioana **patru optimi**.

Reprodu tabelul de mai jos, apoi completează și hașurează partea corespunzătoare fracțiilor din enunțul problemei.

	Fracția	Reprezentarea fracției
Ana	$\frac{1}{2}$	
Mihai		
Radu		
Ioana		

- Care dintre cei patru copii a parcurs distanța cea mai mare?

6 Observă tabelul de mai jos:

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	Reprezentarea grafică		$a \cdot d$	$b \cdot c$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2}$		$1 \cdot 4 = 4$	$2 \cdot 2 = 4$
		$\frac{2}{4}$			

- Completează un tabel asemănător pentru perechile următoare de fracții, folosind segmente cu lungimea de 12 cm (24 de pătrățele de caiet de matematică):

a)  $\frac{3}{4}$  și  $\frac{9}{12}$ ;    b)  $\frac{1}{3}$  și  $\frac{2}{6}$ ;    c)  $\frac{3}{12}$  și  $\frac{2}{8}$ .








### Important

- Fracțiile care reprezintă aceeași parte din întreg se numesc **fracții echivalente**.

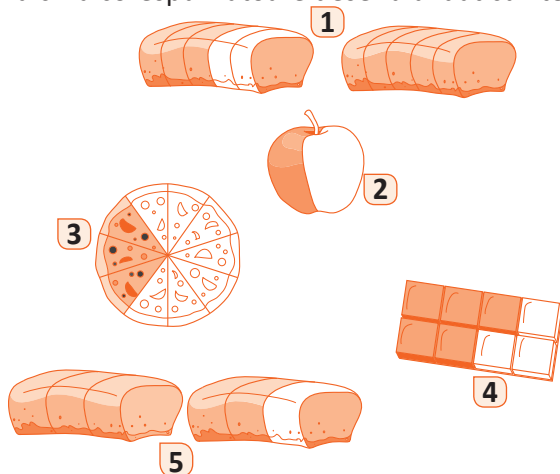
Scriu	Citește	Cum recunosc?
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$a$ supra $b$ este egal cu $c$ supra $d$	$a \cdot d = b \cdot c$

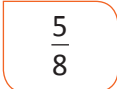
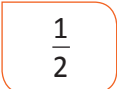
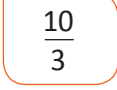
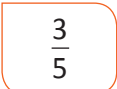
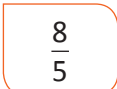
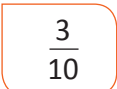
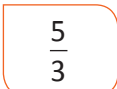
### Exersează!

7 **Lucrați în grup.** Asociați litera corespunzătoare fracției scrise în interiorul cercului cu litera corespunzătoare explicației potrivite. *Exemplu: (a; F)*

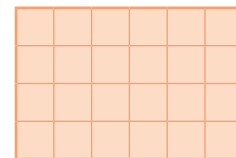
a) 	b) 	c) 	d) 	e) 
fracție echiunitară	fracție cu numitorul 13	fracție supraunitară	fracție subunitară cu numitorul 4	fracție cu numărătorul 7
A	B	C	D	E
				fracție cu numărătorul 3
				F

8 Asociază cifra corespunzătoare desenului dat cu litera corespunzătoare fracției potrivite.



a) 		e
b) 		f
c) 		g
d) 		

9 Reprezintă, prin hașurare, fracțiile, folosind un dreptunghi asemănător celui alăturat.



- a)  $\frac{1}{3}$ ;      b)  $\frac{6}{6}$ ;      c)  $\frac{5}{12}$ ;      d)  $\frac{11}{24}$ ;      e)  $\frac{7}{8}$ ;      f)  $\frac{5}{3}$ .

10 Câte doimi (jumătăți) conțin:

- a) 5 întregi; b) 11 întregi; c) 2 întregi?

11 Câte treimi conțin:

- a) 4 întregi; b) 2 întregi; c) 3 întregi?

12 Câte pătrimi (sferturi) conțin:

- a) 2 întregi; b) 7 întregi; c) 10 întregi?

13 Câți întregi sunt în 12 doimi? Dar în 32 de pătrimi?

14 Scrie toate fracțiile care au numitorul 6 și numărătorul:

- a) cel mult egal cu 3;      b) cel puțin egal cu 5 și cel mult egal cu 8;      c) cifră pară.

15 a) Scrie toate fracțiile subunitare cu numitorul 7. b) Scrie toate fracțiile supraunitare cu numărătorul 5.

16 Câte fracții au:

- a) numărătorul cifră pară și numitorul cifră impară?      c) numărătorul scris cu o cifră și numitorul tot cu o cifră?  
b) numărătorul cifră impară și numitorul cifră pară?      d) numărătorul și numitorul numere naturale de două cifre?

17 Determină numerele naturale nenule  $x$  și  $y$ , astfel încât:

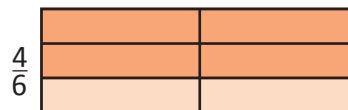
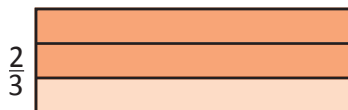
- a) fracția  $\frac{x+y}{4}$  să fie subunitară; b) fracția  $\frac{x+y}{3}$  să fie echiunitară; c) fracția  $\frac{13}{x^2+y^2}$  să fie supraunitară.  
• Scrie, pentru fiecare caz, toate posibilitățile.

18 a) Scrie ca procent fracțiile:  $\frac{17}{100}$ ;  $\frac{23}{100}$ ;  $\frac{51}{100}$ ; b) Scrie ca fracție procentele 13 %, 29 %, 137 %.

19 Folosind un dreptunghi, stabilește dacă fracțiile următoare sunt echivalente:

- a)  $\frac{3}{5}$  și  $\frac{6}{10}$ ;      b)  $\frac{3}{4}$  și  $\frac{15}{20}$ ;      c)  $\frac{5}{6}$  și  $\frac{20}{30}$ ;      d)  $\frac{1}{6}$  și  $\frac{2}{12}$ .

Exemplu:  $\frac{2}{3}$  și  $\frac{4}{6}$



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

20 **Lucrați în perechi.** Scrieți perechi de fracții echivalente, folosind câte o fracție din fiecare coloană, A și B.

A
$\frac{1}{3}$
$\frac{2}{5}$
$\frac{5}{20}$
$\frac{6}{9}$

B
$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{4}{12}$
$\frac{1}{5}$
$\frac{4}{10}$

21 Stabilește dacă fracțiile următoare sunt echivalente:

- a)  $\frac{6}{7}$  și  $\frac{12}{14}$ ;      b)  $\frac{9}{10}$  și  $\frac{27}{30}$ ;      c)  $\frac{5}{4}$  și  $\frac{125}{100}$ .

22 Determină fracția echivalentă cu  $\frac{7}{5}$  care să aibă:

- a) numitorul 20;      b) numărătorul 35.

23 Determină toate fracțiile subunitare de forma  $\frac{\overline{x5}}{3y}$ , pentru care:  $\overline{x5} : 3$  și  $3y : 7$ .

24 Determină toate fracțiile supraunitare de forma  $\frac{\overline{x5}}{y3}$ , pentru care  $\overline{x5}$  este pătratul unui număr natural și  $\overline{y3}$  este număr prim.

# Compararea fracțiilor cu același numitor sau numărător. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare

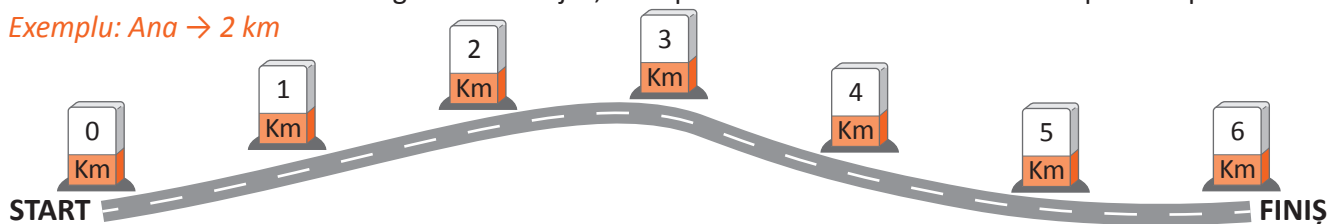
## Observă și descoperă!

- 1 Ana, Mihai, Radu și Ioana participă la un concurs de cros școlar. După o oră de alergat, Ana a parcurs **două șesimi** din traseu, Mihai a mers **patru șesimi** din traseu, Radu a parcurs **jumătate** din traseu, iar Ioana **o treime** din traseu.

	Fracția	Reprezentarea fracției
Ana	$\frac{2}{6}$	
Mihai		
Radu		
Ioana		

- Dintre Ana și Mihai, care a parcurs o distanță mai mare?
- Dintre Radu și Ioana, care este mai aproape de linia de sosire?
- Dacă traseul este cel din imaginea de mai jos, scrie pe caiet locul fiecăruia dintre cei patru copii.

Exemplu: Ana → 2 km



## Important

- Dintre două fracții care au același numitor, mai mare este fracția care are numărătorul mai mare.

Exemplu:  $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$  pentru că  $5 > 3$

- Dintre două fracții care au același numărător, mai mare este fracția care are numitorul mai mic.

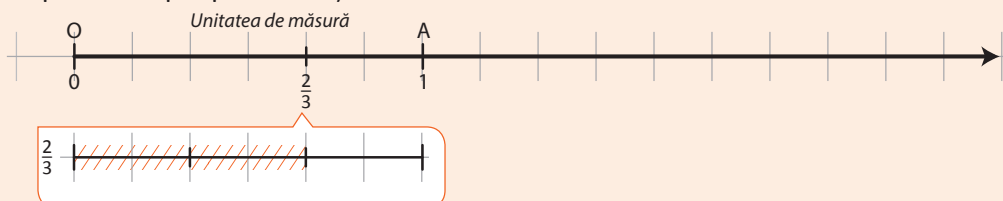
Exemplu:  $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$  pentru că  $5 < 7$

- Orice fracție subunitară este cuprinsă între numerele naturale consecutive 0 și 1.

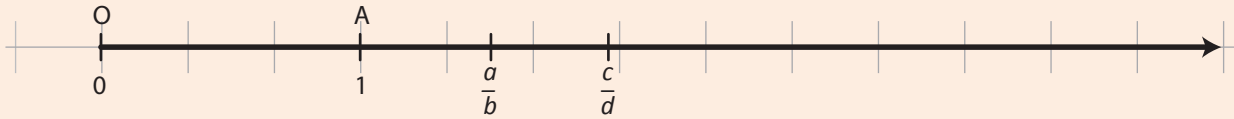
Exemplu:  $0 < \frac{5}{9} < 1$

- Frațiile se pot reprezenta pe axa numerelor la fel ca numerele naturale. Pentru aceasta se ia mai întâi unitatea și se reprezintă apoi pe ea fracția.

Exemplu:



- Dintre două fracții reprezentate pe axa numerelor este mai mare fracția din dreapta.



$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

### Exersează!

- 2 Copiază și completează casetele cu unul din semnele  $<$ ,  $>$ ,  $=$ , pentru a obține propoziții adevărate.

a)  $\frac{2}{7}$    $\frac{3}{7}$ ; b)  $\frac{5}{11}$    $\frac{4}{11}$ ; c)  $\frac{1}{4}$    $\frac{1}{5}$ ; d)  $\frac{3}{5}$    $\frac{3}{6}$ ; e)  $\frac{3}{3}$    $\frac{7}{7}$ ; f)  $\frac{1}{6}$    $\frac{1}{16}$ ; g)  $\frac{4}{44}$    $\frac{4}{444}$ .

- 3 Scrie în ordine crescătoare fracțiile:

a)  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{2}{5}$ ;  $\frac{4}{5}$ ;  $\frac{7}{5}$ ; b)  $\frac{3}{2}$ ;  $\frac{3}{7}$ ;  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{3}{10}$ ; c)  $\frac{1}{999}$ ;  $\frac{1\,111}{999}$ ;  $\frac{11\,111}{999}$ ;  $\frac{11}{999}$ ; d)  $\frac{1\,000}{7}$ ;  $\frac{1\,000}{11}$ ;  $\frac{1\,000}{5}$ ;  $\frac{1\,000}{13}$ .

- 4 Determină numerele naturale nenule  $n$  pentru care sunt adevărate inegalitățile:

a)  $\frac{n}{6} < \frac{4}{6}$ ; b)  $\frac{2}{n} \geq \frac{2}{4}$ ; c)  $\frac{3}{14} < \frac{n}{14} < \frac{7}{14}$ ; d)  $\frac{11}{4} > \frac{11}{n} \geq \frac{11}{8}$ .

- 5 a) Folosind o axă a numerelor ca în figura de mai jos, reprezintă fracțiile:  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{4}{6}$ ,  $\frac{5}{2}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{7}{6}$ ,  $\frac{10}{3}$ .



- b) Folosind desenul, precizează între ce numere naturale consecutive se află fiecare fracție.

- 6 Care dintre următoarele fracții este mai mare?

a)  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{2}{4}$ ; b)  $\frac{12}{15}$ ;  $\frac{13}{15}$ ;  $\frac{13}{14}$ ; c)  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{5}{6}$ ;  $\frac{11}{10}$ .

- 7 Dacă  $a$ ,  $b$  și  $c$  sunt trei numere naturale nenule pentru care  $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c} \leq \frac{b}{a}$ , ce putem spune despre numerele  $a$  și  $c$ ? Putem preciza cum este  $b$  față de  $a$  sau  $c$ ?

- 8 Ordonează crescător fracțiile: a)  $\frac{1}{2^2}$ ;  $\frac{1}{3^2}$  și  $\frac{1}{2 \cdot 3}$ ; b)  $\frac{1}{3^2}$ ;  $\frac{1}{4^2}$  și  $\frac{1}{3 \cdot 4}$ ; c)  $\frac{1}{2\,017^2}$ ;  $\frac{1}{2\,018^2}$  și  $\frac{1}{2\,017 \cdot 2\,018}$ .

- 9 Care este cea mai mare fracție cu numitorul egal cu cel mai mic număr natural de trei cifre divizibil cu 3, iar numărătorul un număr prim de două cifre?

- 10 Care este cea mai mică fracție cu numărătorul egal cu cel mai mic număr natural de patru cifre divizibil cu 7, iar numitorul un număr impar de două cifre?

# Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție

## Observă și descoperă!

1 Reprodu tabelul de mai jos, apoi completează spațiile libere.

Fracția	Reprezentarea prin desen	Numărul întregilor folosiți integral	Fracția luată din ultimul întreg	Câtul împărțirii număratorului la numitor	Restul împărțirii număratorului la numitor
$\frac{5}{3}$		1	$\frac{2}{3}$	1	2
$\frac{8}{5}$					
$\frac{11}{3}$					
$\frac{7}{4}$					
$\frac{5}{2}$					

## Important

- O fracție supraunitară se poate scrie punând în evidență numărul întregilor folosiți integral și fracția luată din ultimul întreg. Spunem că **am scos întregii din fracție**.

*Exemplu:*  $\frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}$

Restul împărțirii lui 5 la 3  
Citesc: „Un întreg și două treimi”  
Câtul împărțirii lui 5 la 3

- Se poate efectua și operația inversă. Spunem că **am introdus întregii în fracție**.

- Prin urmare, dacă  $a$ ,  $b$  și  $c$  sunt numere naturale, cu  $c \neq 0$ , avem:

$$a \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$$

*Exemplu:*

Adun  $1 \cdot 3 + 2$

Scriu

$$1 \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

Înmulțesc  $1 \cdot 3$

## Exersează!

2 Asociază fiecărei etichete discul corespunzător:

**A**  $\frac{9}{4}$    **B**  $\frac{15}{6}$    **C**  $\frac{17}{3}$    **D**  $4 \frac{3}{7}$    **E**  $1 \frac{1}{9}$

**a**  $2 \frac{3}{6}$    **c**  $\frac{31}{7}$    **e**  $\frac{25}{7}$   
**b**  $\frac{10}{9}$    **d**  $2 \frac{1}{4}$    **f**  $5 \frac{2}{3}$



3 Copiază și completează casetele:

- a) Numărul  $3\frac{2}{3}$  este format din 3 întregi și  treimi.  
 b) Numărul  $7\frac{5}{7}$  este format din  întregi și  șeptimi.  
 c) Numărul  $13\frac{3}{8}$  este format din  întregi și 3 .

4 Scoate întregii din următoarele fracții:

- a)  $\frac{9}{5}$ ;      b)  $\frac{13}{3}$ ;      c)  $\frac{19}{4}$ ;  
 d)  $\frac{29}{15}$ ;      e)  $\frac{91}{5}$ ;      f)  $\frac{16}{13}$ .

5 Introdu întregii în următoarele fracții:

- a)  $2\frac{4}{5}$ ;    b)  $3\frac{1}{9}$ ;    c)  $6\frac{3}{4}$ ;    d)  $7\frac{2}{3}$ ;    e)  $5\frac{1}{4}$ ;    f)  $15\frac{1}{7}$ ;    g)  $1\frac{8}{15}$ ;    h)  $2\frac{9}{25}$ ;    i)  $4\frac{2}{15}$ ;    j)  $1\frac{1}{2018}$ .

6 Folosind scoaterea întregilor din fracție, încadrează fiecare fracție între două numere naturale consecutive:

- a)  $\frac{19}{4}$ ;    b)  $\frac{27}{5}$ ;    c)  $\frac{9}{5}$ ;    d)  $\frac{29}{2}$ ;    e)  $\frac{13}{6}$ ;    f)  $\frac{19}{7}$ ;    g) 27 %;    h) 135 %;    i) 225 %.

*Exemplu:*  $\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$ , deci  $2 < \frac{14}{5} < 3$ .

7 Pentru o tabletă și rechizite școlare, Ionuț are suma de 1 223 de lei numai în bancnote de 1 leu. Care este numărul maxim de bancnote de 10 lei cu care poate forma Ionuț această sumă și câte bancnote de un leu mai sunt necesare? Reprezintă soluția ta cu ajutorul fracțiilor.

8 Între ce numere naturale consecutive se încadrează fracția care are numitorul egal cu cel mai mic număr natural de două cifre divizibil cu 7 și numărătorul egal cu cel mai mare număr natural de trei cifre divizibil cu 3?

9 Determină ce valori poate lua numărul natural nenul  $n$  în fiecare dintre următoarele situații:

- a)  $1 < \frac{n}{5} < 2$ ;      c)  $7 < \frac{n}{13} < 8$ ;      e)  $2 < \frac{10}{n} < 3$ ;      g)  $5 < \frac{23}{n} < 6$ ;  
 b)  $1 < \frac{n}{23} < 2$ ;      d)  $12 < \frac{n}{12} < 13$ ;      f)  $2 < \frac{11}{n} < 3$ ;      h)  $10 < \frac{56}{n} < 12$ .

10 Determină valorile posibile ale unui număr natural  $x$  de trei cifre, astfel încât fracția  $\frac{x}{231}$  să se încadreze între numerele naturale 2 și 3.

11 Oferă un exemplu de fracție ce poate fi încadrată între cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 7 și cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 3.

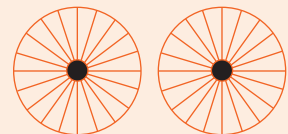
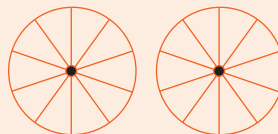
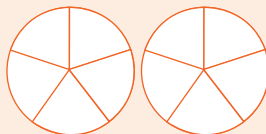
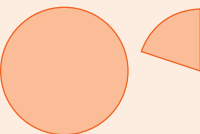
12 Dacă numitorul unei fracții este 25, iar numărătorul fracției un număr natural de două cifre, care este cel mai mic număr natural care este mai mare decât orice astfel de fracție?

**Joc** **Lucrați în perechi.** Reproduceți pe caiet și colorați perechile echivalente!

$1\frac{1}{4}$



$1\frac{1}{5}$



# Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile

## Observă și descoperă!

1 **Lucrați în perechi.** Reproduceți tabelul, apoi completați-l.

$a$	$b$	Divizorii lui $a$	Divizorii lui $b$	Divizorii care apar și la $a$ și la $b$ (divizorii comuni ai lui $a$ și $b$ )	Cel mai mare dintre divizorii comuni	Divizorii celui mai mare divizor comun
12	18	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 3, 6, 9, 18	1, 2, 3, 6	6	1, 2, 3, 6
16	24					
20	30					
14	27					

- Ce observați la numerele din coloanele 5 și 6? Dar la numerele din coloanele 5 și 7?

## Important

- Oricare două numere naturale nenule au cel puțin un divizor comun. Acesta este 1.
- Dintre toți divizorii comuni ai unor numere naturale, există un divizor care se divide cu toți ceilalți divizori comuni. Acesta se numește **cel mai mare divizor comun**.
- Cel mai mare divizor comun al numerelor  $a$  și  $b$  se notează **c.m.m.d.c.** al numerelor  $a$  și  $b$  sau  **$(a, b)$** .
- Două numere naturale care au ca divizor comun numai pe 1 se numesc **numere prime între ele** sau **numere relativ prime**.

## Exersează!

2 Determină cel mai mare divizor comun al numerelor: a) 4 și 6; b) 15 și 9; c) 8 și 20; d) 30 și 45; e) 18 și 27.

3 Stabilește dacă numerele următoare sunt prime între ele: a) 4 și 9; b) 15 și 28; c) 24 și 25; d) 14 și 15.

## Observă și descoperă!

4 Pentru fracțiile  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{5}{4}$  și  $\frac{2}{7}$ , completează un tabel asemănător celui de mai jos.

$\frac{a}{b}$	$c = a \cdot 3$	$d = b \cdot 3$	$\frac{c}{d}$	Stabilește dacă fracțiile din coloanele 1 și 4 sunt echivalente
$\frac{2}{5}$	6	15	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

5 a) Completează, pe caiet, casetele cu numerele potrivite.

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 4} \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 4} \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 5} \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 5} \frac{\square}{\square}$$

b) Stabilește care dintre fracțiile obținute mai sus sunt echivalente cu fracția  $\frac{3}{5}$ .

6 a) Completează, pe caiet, casetele cu numerele potrivite.

$$\frac{2}{7} \xrightarrow{+ 3} \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{2}{7} \xrightarrow{+ 3} \frac{\square}{\square}$$

b) Verifică dacă fracția obținută este echivalentă cu fracția  $\frac{2}{7}$ .

7 Completează, pe caiet, casetele cu numerele potrivite.

$$\frac{10}{14} \xrightarrow{:2} \boxed{\phantom{00}}$$

$$\frac{15}{25} \xrightarrow{:5} \boxed{\phantom{00}}$$

$$\frac{9}{12} \xrightarrow{:3} \boxed{\phantom{00}}$$

- Verifică dacă fracțiile obținute sunt echivalente cu fracțiile date.

### Important

- **A amplifica** o fracție înseamnă să înmulțim atât numitorul, cât și numărătorul, cu același număr natural diferit de zero. Prin amplificare se obține o fracție echivalentă cu fracția dată.

- Amplificarea se poate face cu orice număr natural nenul. *Exemplu:*  $\frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{12}{20}$

*Citește:* „Fracția trei supra cinci se amplifică cu patru și se obține fracția doisprezece supra douăzeci”.

- **A simplifică** o fracție înseamnă să împărțim atât numitorul, cât și numărătorul, cu același număr natural diferit de zero. Prin simplificare se obține o fracție echivalentă cu fracția dată.
- Simplificarea se face numai printr-un divizor comun al numărătorului și al numitorului, diferit de 1.

*Exemplu:*  $\frac{8}{10} = \frac{8:2}{10:2} = \frac{4}{5}$ . *Citește:* „Fracția opt supra zece se simplifică prin doi și se obține fracția patru supra cinci”.

- Fracția care nu poate fi simplificată se numește **fracție ireductibilă**.

8 Unește prin săgeți fiecare fracție din coloana A cu fracția din coloana B obținută prin amplificare cu 2.

A

$$\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{2}{3}, \frac{9}{13}$$

B

$$\frac{18}{26}, \frac{4}{6}, \frac{6}{10}, \frac{18}{39}, \frac{8}{14}$$

9 Unește prin săgeți fiecare fracție din coloana A cu fracția din coloana B obținută prin simplificare.

A

$$\frac{3}{9}, \frac{4}{10}, \frac{12}{16}, \frac{9}{81}$$

B

$$\frac{1}{9}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}$$

10 Simplifică fracțiile următoare pentru a obține fracții ireductibile: a)  $\frac{15}{10}$ ; b)  $\frac{3}{21}$ ; c)  $\frac{4}{10}$ ; d)  $\frac{42}{30}$ ; e)  $\frac{105}{135}$ ; f)  $\frac{90}{72}$ .

*Exemplu:* Putem ajunge la fracții ireductibile fie prin simplificări succesive:  $\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ , fie prin simplificarea cu cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 18: cum acesta este 6, obținem simplificarea:  $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ .

11 Amplifică fracțiile următoare pentru a obține numitorul 100, apoi transformă-le în procente:

*Exemplu:*  $\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%$  a)  $\frac{3}{10}$ ; b)  $\frac{1}{20}$ ; c)  $\frac{2}{5}$ ; d)  $\frac{3}{4}$ ; e)  $\frac{3}{25}$ ; f)  $\frac{3}{2}$ .

*Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Fracții ireductibile*

# Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun

## Amintește-ți!

1 Completează tabelul. Primul rând este completat ca model.

$a$	$b$	Primii șase multiplii ai lui $a$	Primii șase multiplii ai lui $b$	Multiplii care apar și la $a$ și la $b$ (multipli comuni ai lui $a$ și $b$ )	Cel mai mic dintre multiplii comuni	Trei multiplii ai celui mai mic multiplu comun
6	4	6, 12, 18, 24, 30, 36	4, 8, 12, 16, 20, 24	12, 24	12	12, 24, 36
2	3					
3	9					
5	10					
8	3					

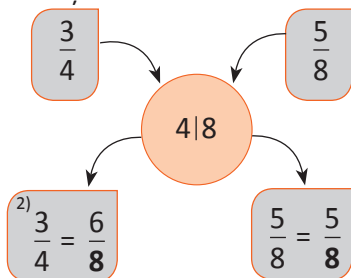
- Ce observi la numerele din coloanele 5 și 6? Dar la numerele din coloanele 6 și 7?

## Important

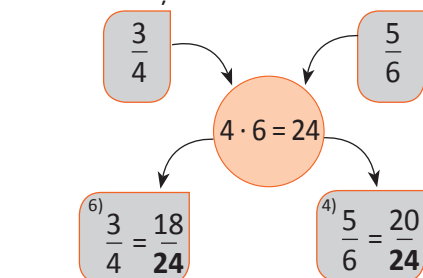
- Oricare două numere naturale nenule au cel puțin un multiplu comun. Acesta este produsul numerelor.
- Dintre toți multiplii comuni, diferiți de 0, a două numere naturale, există un multiplu care este divizor pentru toți ceilalți multipli comuni. Acesta se numește **cel mai mic multiplu comun**.
- Cel mai mic multiplu comun al numerelor  $a$  și  $b$  se notează **c.m.m.m.c.** al numerelor  $a$  și  $b$  sau  $[a, b]$ .

## Observă și descoperă!

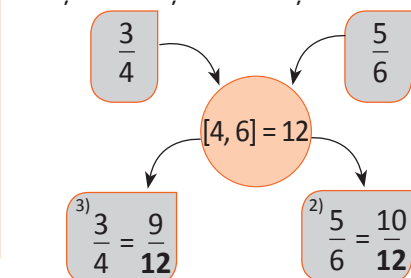
A. Frațiile  $\frac{3}{4}$  și  $\frac{5}{8}$  au fost înlocuite cu fracții echivalente. Am folosit faptul că 4 divide pe 8 și am obținut fracții cu același numitor.



B. Frațiile  $\frac{3}{4}$  și  $\frac{5}{6}$  au fost înlocuite cu fracții echivalente. Am folosit produsul numitorilor drept multiplu comun și am obținut fracții cu același numitor.



C. Frațiile  $\frac{3}{4}$  și  $\frac{5}{6}$  au fost înlocuite cu fracții echivalente. Am folosit cel mai mic multiplu comun al numitorilor și am obținut fracții cu același numitor.



## Important

- Oricare două fracții pot fi înlocuite cu fracții echivalente care să aibă numitorul comun.

## Exersează!

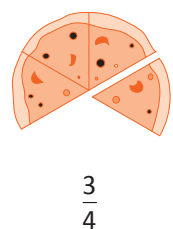
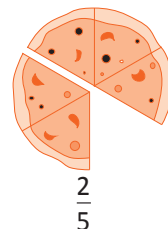
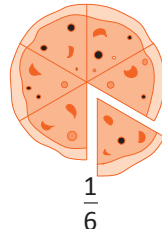
2 Adu la un numitor comun fracțiile:

a)  $\frac{1}{2}$  și  $\frac{2}{3}$ ; b)  $\frac{1}{3}$  și  $\frac{4}{5}$ ; c)  $\frac{2}{9}$  și  $\frac{5}{4}$ ; d)  $\frac{5}{8}$  și  $\frac{1}{4}$ ; e)  $\frac{1}{6}$  și  $\frac{2}{3}$ ; f)  $\frac{2}{3}$  și  $\frac{5}{12}$ ; g)  $\frac{1}{25}$  și  $\frac{1}{20}$ ; h)  $\frac{1}{143}$  și  $\frac{1}{91}$ ; i)  $\frac{1}{1001}$  și  $\frac{1}{143}$ .

- 3 Oferă câte 3 exemple de multipli comuni pentru numerele:
- a) 23 și 5; c) 60 și 80;  
b) 12 și 16; d) 18 și 54;
- 4 Care este multiplul comun de trei cifre al numerelor 17 și 23, cu proprietatea că suma cifrelor sale este 17?
- 5 Să se compare următoarele fracții, aducându-le la un numitor comun:
- a)  $\frac{5}{12}$  și  $\frac{7}{16}$ ; d)  $\frac{2\ 016}{2\ 017}$  și  $\frac{2\ 017}{2\ 018}$ ;  
b)  $\frac{5}{13}$  și  $\frac{7}{11}$ ; e)  $\frac{1}{(2^2 \cdot 3)}$  și  $\frac{1}{(3 \cdot 5^2)}$ ;  
c)  $\frac{11}{13}$  și  $\frac{16}{17}$ ; f)  $\frac{1}{(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1)}$  și  $\frac{1}{(2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2)}$ .
- 6 Transformă procentele în fracții ordinare, apoi compară fracțiile obținute cu cele date.
- a) 25 % și  $\frac{1}{4}$ ; e) 14 % și  $\frac{1}{7}$ ;  
b) 13 % și  $\frac{1}{5}$ ; f) 35 % și  $\frac{25}{74}$ ;  
c) 68 % și  $\frac{5}{6}$ ; g) 143 % și  $\frac{11}{13}$ ;  
d) 33 % și  $\frac{1}{3}$ ; h) 110 % și  $\frac{6}{5}$ .
- 7 În drumul său de la facultate spre casă, Laurențiu parcurge într-o zi 34 % din drumul de la Cluj la Botoșani, iar Matei  $\frac{19}{50}$  din același drum, plecând tot din Cluj. Cine a ajuns mai aproape de Botoșani?
- 8 Avioanele au, în general, câte un rezervor de combustibil montat pe fiecare aripă. Un avion pleacă de la Berlin la București și consumă pentru acest zbor 65 % din capacitatea unui rezervor. Apoi pleacă de la București înspre Iași, dar întâmpină turbulențe puternice și, în ciuda distanței mai mici, avionul ajunge să consume  $\frac{16}{25}$  din combustibilul aflat în cel de-al doilea rezervor. Pentru care zbor a consumat avionul mai mult combustibil?
- 9 Andrei are 10 pixuri roșii și 15 pixuri albastre. Ce fracție reprezintă numărul de pixuri roșii din numărul total de pixuri? Dar dacă Andrei își mai cumpără încă 5 pixuri roșii și 10 pixuri albastre, care va fi noua fracție? Care dintre ele este mai mare?

### Problemă rezolvată

- O pizza este tăiată în 6 felii identice. Ce fracție reprezintă o felie din întreaga pizza? Dacă mâncăm o felie, ce fracție reprezintă acum două felii din pizza rămasă? Dacă mai mâncăm o felie, ce fracție reprezintă acum 3 felii din pizza rămasă? Stabilește care dintre fracțiile alăturate este mai mare.



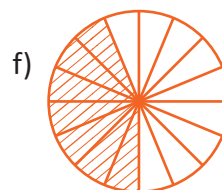
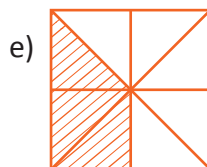
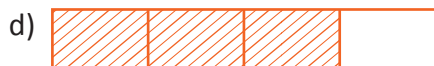
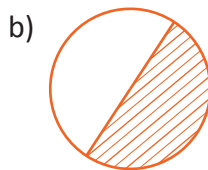
- **Rezolvare:** Pentru a determina care dintre aceste fracții este cea mai mare, le vom compara două câte două. Mai întâi, comparăm  $\frac{1}{6}$  cu  $\frac{2}{5}$ . Un numitor comun este 30. Prin urmare,  $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$ , iar  $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$ , deci  $\frac{1}{6} < \frac{2}{5}$ . Comparăm acum cea mai mare fracție dintre primele două cu cea de-a treia fracție:  $\frac{2}{5}$  și  $\frac{3}{4}$ . Un numitor comun este 20, deci  $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ , iar  $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ . Cum  $\frac{8}{20} < \frac{15}{20}$ , atunci fracția  $\frac{3}{4}$  este cea mai mare. Deci  $\frac{1}{6} < \frac{2}{5} < \frac{3}{4}$ .

- 10 Folosește modelul de rezolvare de la exercițiul anterior pentru a ordona crescător fracțiile:

a)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  și  $\frac{1}{5}$ ; b)  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  și  $\frac{1}{5}$ ; c)  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{15}$  și  $\frac{3}{20}$ ; d) 70 %,  $\frac{3}{5}$  și  $\frac{1}{2}$ ; e)  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{6}{7}$  și  $\frac{7}{8}$ .

# Recapitulare

1 Ce fracții sunt reprezentate în următoarele desene prin porțiunile hașurate?



2 Reprodu figurile următoare și hașurează părțile din întreg indicate în dreptul fiecăreia, apoi marchează cu **s** fracțiile subunitare și cu **S** fracțiile supraunitare.



3 Scrie toate fracțiile care au numărătorul 4 și numitorul cel mult egal cu 9. Câte dintre ele sunt subunitare? Dar supraunitare? Dar echiunitare?

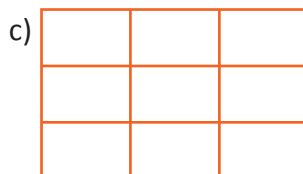
4 Scrie toate fracțiile:

a) subunitare care au numitorul 6; b) supraunitare cu numărătorul 6; c) echiunitare cu numitorul cel mult 6.

5 Determină toate fracțiile:

a) supraunitare de forma  $\frac{x}{7}$ , unde  $x$  este număr natural și  $x \leq 12$ ; c) echiunitare de forma  $\frac{\overline{x6}}{36}$ ;  
b) subunitare de forma  $\frac{5}{x}$ , cu  $x$  număr natural nenul și  $x \leq 9$ ; d) subunitare de forma  $\frac{3^x}{100}$ , cu  $x$  număr natural.

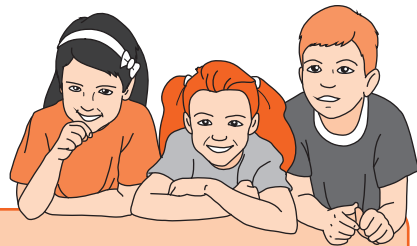
6 Reprodu desenele următoare și hașurează fracțiile echivalente cu  $\frac{1}{3}$ .



- 7 Scrie câte patru fracții echivalente cu: a)  $\frac{1}{2}$ ; b)  $\frac{1}{3}$ ; c)  $\frac{1}{5}$ ; d)  $\frac{2}{3}$ ; e) 25 %.
- 8 Stabilește dacă următoarele fracții sunt echivalente: a)  $\frac{3}{4}$  și  $\frac{9}{12}$ ; b)  $\frac{1}{3}$  și  $\frac{1}{4}$ ; c)  $\frac{11}{7}$  și  $\frac{33}{21}$ .
- 9 Alege dintre fracțiile următoare pe cele echivalente cu fracția  $\frac{3}{4}$ : a)  $\frac{11}{8}$ ; b)  $\frac{24}{32}$ ; c)  $\frac{30}{40}$ ; d)  $\frac{24}{36}$ ; e)  $\frac{18}{25}$ .
- 10 După școală, Ana își propune să alerge pe traseul marcat din parc. În prima zi aleargă  $\frac{1}{4}$  din lungimea traseului, a doua zi aleargă  $\frac{3}{12}$  din lungimea traseului, a treia zi aleargă  $\frac{4}{16}$  din lungimea traseului, iar a patra zi aleargă  $\frac{5}{20}$  din lungimea traseului.  
a) În ce zi a alergat cel mai mult? b) Cât i-a mai rămas de alergat Anei din lungimea totală a traseului?
- 11 Scrie în ordine descrescătoare fracțiile:  
a)  $\frac{7}{23}$ ;  $\frac{2}{23}$ ;  $\frac{15}{23}$ ;  $\frac{19}{23}$ ;  $\frac{23}{23}$ ;  $\frac{25}{23}$ ;  $\frac{1}{23}$ ; b)  $\frac{7}{10}$ ;  $\frac{7}{3}$ ;  $\frac{7}{7}$ ;  $\frac{7}{14}$ ;  $\frac{7}{5}$ ;  $\frac{7}{2}$ .
- 12 Completează casetele cu numere potrivite, astfel încât afirmațiile să fie adevărate.  
a)  $\frac{9}{12} < \frac{\square}{\square} < \frac{23}{11}$ ; b)  $\frac{5}{124} < \frac{\square}{\square} < \frac{5}{17}$ ; c)  $\frac{11}{37} < \frac{\square}{\square} < \frac{13}{37}$ ; d)  $\frac{5}{124} < \frac{\square}{\square} < \frac{17}{124}$ .
- 13 Compară fracțiile  $\frac{4\ 567}{4\ 566}$  și  $\frac{4\ 568}{4\ 567}$ .  
*Exemplu:*  $\frac{241}{120}$  și  $\frac{261}{130}$ . Avem  $\frac{241}{120} = 2\frac{1}{120}$  și  $\frac{261}{130} = 2\frac{1}{130}$ . Cum  $\frac{1}{120} > \frac{1}{130}$ , rezultă  $\frac{241}{120} > \frac{261}{130}$ .
- 14 Determină numerele naturale nenule  $n$  pentru care:  
a)  $\frac{n}{5} \leq \frac{4}{5}$ ; b)  $\frac{6}{n} > \frac{6}{7}$ ; c)  $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{n} < \frac{1}{2}$ ; d)  $\frac{5}{8} < \frac{5}{n} \leq \frac{5}{4}$ .
- 15 Determină numerele naturale  $x$  pentru care:  
a)  $\frac{8}{15} < \frac{x}{15} < \frac{23}{15}$ ; c)  $\frac{19}{24} < \frac{x}{24} \leq \frac{13}{12}$ ; e)  $\frac{7}{9} \leq \frac{x}{36} < \frac{5}{6}$ ;  
b)  $\frac{6}{18} \leq \frac{x}{18} \leq \frac{14}{18}$ ; d)  $\frac{11}{20} \leq \frac{x}{60} < \frac{2}{3}$ ; f)  $25\% < \frac{x}{100} < 29\%$ .
- 16 Elevii clasei a V-a B și-au ales, prin vot, președintele consiliului clasei. La numărarea voturilor s-a constatat că 40 % dintre ei l-au votat pe Paul,  $\frac{1}{4}$  pe Florin,  $\frac{2}{10}$  pe Adela și  $\frac{3}{20}$  pe Mihaela. Cine a fost ales președintele consiliului clasei?
- 17 Scoate întregii din fracțiile:  $\frac{11}{6}$ ;  $\frac{14}{3}$ ;  $\frac{11}{8}$ ;  $\frac{20}{7}$ ;  $\frac{13}{2}$ ;  $\frac{15}{14}$ ;  $\frac{43}{20}$ ;  $\frac{5}{5}$ ;  $\frac{23\ 001}{1\ 000}$ ;  $\frac{123\ 456}{99\ 999}$ ;  $\frac{1\ 345\ 672}{23\ 457}$ .
- 18 Introdu întregii în fracțiile:  $3\frac{1}{4}$ ;  $2\frac{4}{7}$ ;  $1\frac{1}{5}$ ;  $4\frac{3}{8}$ ;  $9\frac{2}{5}$ ;  $7\frac{4}{11}$ ;  $10\frac{23}{75}$ ;  $12\frac{13}{169}$ ;  $1\ 001\frac{243}{729}$ .
- 19 Scrie fracțiile următoare sub formă de fracții ordinare cu numitorul 12:  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{7}{6}$ ;  $\frac{34}{24}$ ;  $\frac{450}{120}$ ;  $\frac{44}{48}$ .



# Evaluare



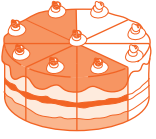
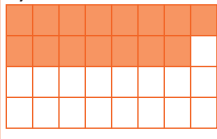
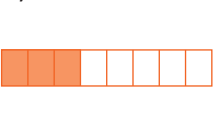
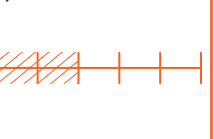


10p		<b>Din oficiu</b>
5p	1.a.	Reprezintă fracțiile $\frac{5}{6}$ , $\frac{15}{12}$ și $\frac{4}{4}$ folosind, de fiecare dată, un întreg precum cel din figură. <div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; display: inline-block;"></div> </div>
5p	1.b.	Citește enunțul și completează în casete fracțiile corespunzătoare: Dintre fracțiile $\frac{5}{6}$ , $\frac{15}{12}$ și $\frac{4}{4}$ , fracție subunitară este <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">  </span> , fracție echiunitară este <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">  </span> , iar fracție supraunitară este <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">  </span> . <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">  </span>
10p	1.c.	Folosind același tip de desen ca la punctul 1.a., reprezintă fracțiile $\frac{2}{3}$ și $\frac{8}{12}$ și stabilește dacă fracțiile sunt echivalente.
5p	1.d.	Completează casetele cu numere potrivite: $\frac{73}{100} = \frac{\text{  }}{\text{  }}\%$ ; $87\% = \frac{\text{  }}{\text{  }}$ .
5p	2.	Completează casetele cu numere potrivite: $\frac{34}{7} = \frac{\text{  }}{\text{  }}$ ; $5\frac{3}{8} = \frac{\text{  }}{\text{  }}$ .
5p	3.a.	Amplifică cu 4 fracția $\frac{5}{9}$ .
5p	3.b.	Simplifică fracția $\frac{30}{45}$ pentru a obține o fracție ireductibilă.
5p	4.	Scrie în cerc unul din semnele <, =, > astfel încât fiecare afirmație să fie adevărată: a) $\frac{13}{14}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 20px; height: 20px; display: inline-block; vertical-align: middle;"></span> $\frac{11}{14}$ ; b) $\frac{7}{8}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 20px; height: 20px; display: inline-block; vertical-align: middle;"></span> $\frac{7}{10}$ .
5p	5.	Completează casetele cu numere naturale consecutive <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">  </span> < $\frac{12}{5}$ < <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">  </span> .
10p	6.	Compară fracțiile $\frac{7}{8}$ și $\frac{5}{6}$ , aducându-le la un numitor comun.
10p	7.	Simplifică fracțiile $\frac{232323}{323232}$ și $\frac{232323}{343434}$ , apoi precizează care dintre fracții este mai mare.
10p	8.	Determină numerele naturale nenule $n$ pentru care $\frac{4}{15} < \frac{4}{n} < \frac{1}{3}$ .
10p	9.	Ana, Mihai și Radu participă la un cros al copiilor. După o oră, Ana a parcurs $\frac{3}{5}$ din traseu, Mihai a parcurs $\frac{5}{6}$ din traseu, iar Radu $\frac{2}{3}$ din traseu. Dacă ordinea actuală nu se mai modifică până la sfârșitul cursei, precizează care dintre cei trei ajunge primul la finalul cursei și care ajunge ultimul.



# Exersezi și progresezi!

1 Asociază fiecare desen cu fracția corespunzătoare:

a) 	b) 	c) 	d) 	e) 	f) 	
$\frac{3}{8}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{10}$

2 Reprezintă fracția:

<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>
$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{9}{14}$

3 Cea mai mare fracție subunitară cu numitorul 5 este fracția  $\frac{\square}{5}$ .

4 Cea mai mică fracție supraunitară cu numărătorul 10 este fracția  $\frac{10}{\square}$ .

5 Scrie toate fracțiile:

- a) subunitare cu numitorul 65 și numărătorul putere a lui 2;  
 b) supraunitare cu numărătorul  $2^3$  și numitorul număr natural, divizor al lui 36;  
 c) echiunitare cu numitorul cel mult egal cu 4.

6 Scrie ca procent fracțiile: a)  $\frac{89}{100}$ ;  $\frac{41}{100}$ ;  $\frac{19}{100}$ ;  $\frac{3}{100}$ ;  $\frac{13}{100}$ ; b)  $\frac{3}{10}$ ;  $\frac{7}{20}$ ;  $\frac{11}{25}$ ;  $\frac{7}{4}$ .

7 a) Determină numerele naturale  $n$ , știind că fracția  $\frac{12}{2 \cdot n + 4}$  este: • subunitară; • echiunitară.  
 b) Determină numerele naturale  $n$ , știind că fracția  $\frac{3 \cdot n + 2}{2 \cdot n + 7}$  este: • supraunitară; • echiunitară.

8 Arată că următoarele fracții sunt subunitare: a)  $\frac{2^{24}}{3^{16}}$ ; b)  $\frac{2^{10} + 2^9}{2^{11}}$ ; c)  $\frac{2^{16}}{4^9}$ ; d)  $\frac{9^{10}}{27^7}$ .

9 Scrie în cerc **A**, dacă afirmația este adevărată sau **F**, dacă afirmația este falsă.

<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>
$\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$	$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$	$\frac{12}{18} = \frac{15}{18}$	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
<div><div></div></div>	<div><div></div></div>	<div><div></div></div>	<div><div></div></div>

10 Dacă  $\frac{3}{x} = \frac{30}{40}$ , atunci numărul natural nenul  $x$  este egal cu  $\square$ .

11 Din câte pătrimi sunt formați cinci întregi?

12 Completează casetele:

- a) Dintre fracțiile  $\frac{3}{4}$  și  $\frac{5}{6}$ , mai mică este  $\frac{\square}{\square}$ .
- b) Cel mai mic număr natural, mai mare decât  $\frac{7}{2}$  este numărul  $\square$ .
- c) Cel mai mare număr natural, mai mic decât  $\frac{7}{2}$  este numărul  $\square$ .



13 Amplifică fracțiile  $\frac{4}{5}$  și  $\frac{7}{8}$ , pentru a obține fracții cu:

- a) același numărător;  
b) același numitor.

14 Completează pe caiet:

- a)  $\frac{7}{8} = \frac{\square}{56}$ ;    b)  $\frac{\square}{33} = \frac{2}{3}$ ;    c)  $\frac{5}{60} = \frac{1}{\square}$ ;    d)  $\frac{25}{3} = \frac{\square}{12}$ ;    e)  $\frac{30}{105} = \frac{2}{\square}$ ;    f)  $\frac{21}{35} = \frac{\square}{5}$ .

15 Scrie câte patru fracții echivalente cu: a)  $\frac{2}{5}$ ;    b)  $\frac{1}{7}$ .

16 Printre fracțiile de mai jos, unele **nu** sunt echivalente cu celelalte. Care sunt acele fracții?

- a)  $\frac{24}{32}$ ;  $\frac{15}{20}$ ;  $\frac{9}{20}$ ;  $\frac{6}{9}$ ;  $\frac{33}{44}$ ;    b)  $\frac{8}{4 \cdot x}$ ;  $\frac{2 \cdot y}{x \cdot y}$ ;  $\frac{8}{5 \cdot x}$ ;  $\frac{12}{3 \cdot x}$ ;  $\frac{6 \cdot y}{3 \cdot x \cdot y}$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere naturale nenule.

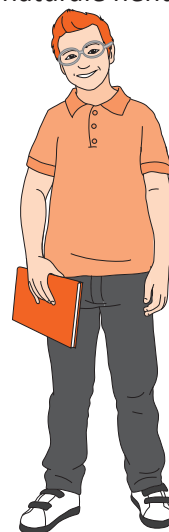
17 Determină numărul natural  $x$  pentru care următoarele două fracții sunt echivalente:

- a)  $\frac{3 \cdot x}{25}$  și  $\frac{3}{5}$ ;    b)  $\frac{8}{x+1}$  și  $\frac{4}{3}$ ;    c)  $\frac{12}{3 \cdot x + 2}$  și  $\frac{3}{2}$ .

18 Simplifică fracția  $\frac{3^{10} + 3^{10} + 3^{10}}{27^4}$  pentru a obține o fracție ireductibilă.

19 Adu la același numitor fracțiile:  $\frac{2\ 020}{2\ 020}$ ;  $\frac{202\ 020}{303\ 030}$ ;  $\frac{19\ 191\ 919}{27\ 272\ 727}$ .

**Indicație:** simplifică mai întâi fracțiile.



20 Determină, în fiecare caz, numerele naturale  $n$ , pentru care fracția dată este echivalentă cu un număr natural.

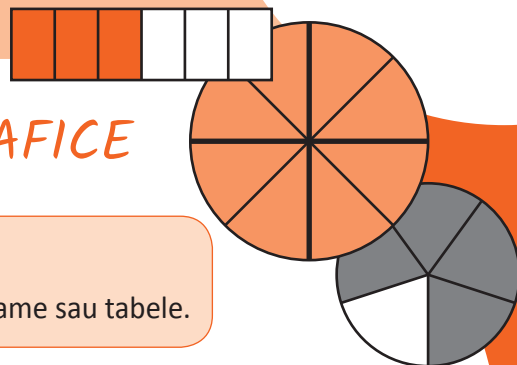
- a)  $\frac{7}{n}$ ;    b)  $\frac{11}{n+3}$ ;    c)  $\frac{6}{n-3}$ ;    d)  $\frac{10}{n-3}$ ;    e)  $\frac{36}{3 \cdot n + 1}$ ;    f)  $\frac{5\ 050}{101 \cdot n}$ ;    g)  $\frac{123\ 123}{3 \cdot 41 \cdot 7 \cdot 11 \cdot n}$ ;    h)  $\frac{121\ 121}{9\ 317 \cdot n}$ .

21 Determină cifrele nenule  $n$  pentru care fracția care are la numărător suma tuturor numerelor mai mici sau egale cu  $n$  și la numitor numărul  $n$  este echivalentă cu un număr natural? Observă, din punct de vedere al parității, ce proprietate au aceste soluții. Rămâne valabilă această afirmație pentru numerele de două cifre?

# Operații cu fracții ordinare

9

## MATEMATICA ÎN REPREZENTĂRI GRAFICE



**Vei identifica fracții ordinare sau zecimale în contexte variate:**

- vei identifica date statistice sub formă de fracții sau procente în diagrame sau tabele.

**Vei efectua calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice:**

- vei calcula o fracție echivalentă cu o fracție dată, prin amplificare sau simplificare, pentru a putea efectua adunări și scăderi;
- vei efectua adunări sau scăderi cu fracții ordinare;
- vei efectua înmulțiri sau împărțiri cu fracții ordinare;
- vei efectua ridicarea la putere a unei fracții ordinare.

**Vei utiliza algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale:**

- vei efectua calcule cu fracții respectând ordinea operațiilor și folosirea parantezelor;
- vei aplica metode aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu fracții.

**Vei utiliza limbajul specific fracțiilor/procentelor în situații date:**

- vei determina o fracție dintr-o altă fracție;
- vei determina o fracție dintr-un număr natural multiplu al numitorului fracției;
- vei utiliza limbajul specific pentru a determina  $p\%$  dintr-un număr.

**Vei analiza situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:**

- vei analiza scheme, modele, probleme practice care implică utilizarea operațiilor cu fracții ordinare și ordinea efectuării operațiilor.

**Vei reprezenta matematic, folosind fracții, o situație dată, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.):**

- vei formula probleme cu fracții, pe baza unor scheme sau reguli date și vei rezolva aceste probleme prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers etc.);
- vei modela probleme cu fracții exprimate în limbaj uzual pentru a le putea rezolva folosind metode aritmetice.

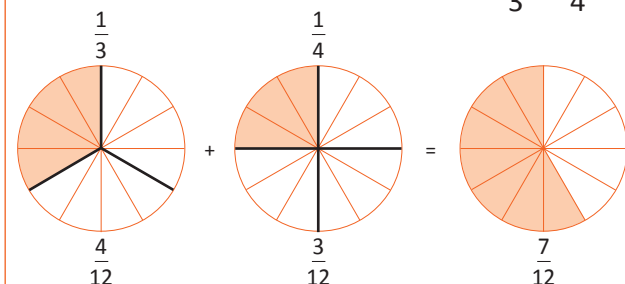
# Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare

## Amintește-ți!

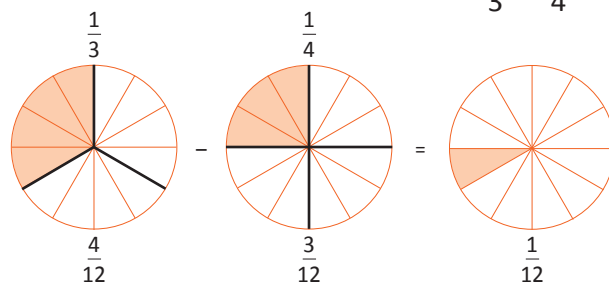
- 1 Ana are de parcurs un traseu montan în trei zile. În prima zi parcurge  $\frac{2}{15}$  din traseu, iar a doua zi  $\frac{4}{15}$  din traseu. Ce fracție din traseu a parcurs Ana în primele două zile?
- 2 Pe același traseu, Mihai a parcurs în primele două zile  $\frac{7}{12}$  din traseu. În prima zi a parcurs  $\frac{5}{12}$  din traseu. Ce fracție din traseu a parcurs Mihai în ziua a doua?

## Observă și descoperă!

- 3 Observă cum se poate reprezenta grafic  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ .



- 4 Observă cum se poate reprezenta grafic  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ .



### Problemă rezolvată

- Ana are de parcurs un traseu montan în trei zile. În prima zi parcurge  $\frac{2}{5}$  din traseu, iar în ziua a doua  $\frac{1}{3}$  din traseu. Ce fracție din traseu a parcurs Ana în cele două zile?

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$$

### Problemă rezolvată

- Mihai are de parcurs un traseu montan. În primele două zile a parcurs  $\frac{4}{5}$  din traseu. În prima zi a parcurs  $\frac{1}{3}$  din traseu. Ce fracție din traseu a parcurs Mihai în ziua a doua?

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{12}{15} - \frac{5}{15} = \frac{7}{15}$$

## Important

- **Adunarea (scăderea)** a două fracții care au același numitor se efectuează adunând (scăzând) numărătorii și păstrând numitorul:

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n} \quad \frac{a}{n} - \frac{b}{n} = \frac{a-b}{n}, n \neq 0 \quad \text{Exemple: } \frac{5}{13} + \frac{2}{13} = \frac{5+2}{13} = \frac{7}{13}; \quad \frac{5}{13} - \frac{2}{13} = \frac{5-2}{13} = \frac{3}{13}.$$

- Dacă fracțiile nu au același numitor, pentru adunare (scădere), se aduc la **numitor comun** prin amplificare sau simplificare:

$$\text{Exemple: } \frac{5}{6} + \frac{3}{8} = \frac{20}{24} + \frac{9}{24} = \frac{29}{24}; \quad \frac{12}{16} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

- **Atenție!** Dacă este posibil, rezultatul se simplifică.

- **Adunarea (scăderea)** dintre un număr natural și o fracție ordinară se efectuează scriind numărul natural ca fracție ordinară cu numitorul 1 astfel:

$$n + \frac{a}{b} = \frac{b}{1} + \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b}{b} + \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b + a}{b} \quad n - \frac{a}{b} = \frac{b}{1} - \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b}{b} - \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b - a}{b}$$

**Exemplu:**  $5 + \frac{3}{7} = \frac{7}{1} + \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7 + 3}{7} = \frac{38}{7}$   $5 - \frac{3}{7} = \frac{7}{1} - \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7 - 3}{7} = \frac{32}{7}$

#### Proprietățile adunării:

- Adunarea fracțiilor ordinare este **comutativă** (termenii pot fi adunați în orice ordine și rezultatul adunării nu se modifică).  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$
- Adunarea fracțiilor ordinare este **asociativă** (dacă o adunare are trei sau mai mulți termeni, aceștia pot fi grupați în moduri diferite și rezultatul adunării nu se modifică).  $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{n}{m} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{n}{m}\right)$
- 0 este **element neutru** pentru adunare (numărul 0 nu schimbă rezultatul adunării).  $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$
- **Atenție!** Proprietățile de mai sus nu sunt adevărate pentru operația de scădere.

#### Exersează!

- 5 Asociază fiecare etichetă cu cercul care conține rezultatul operației.

$1 + \frac{5}{8}$

$2 - \frac{3}{4}$

$\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$

$\frac{5}{7} - \frac{1}{3}$

$\frac{9}{11} - \frac{4}{11}$

$\frac{4}{3} + \frac{7}{3}$

$\frac{3}{7}$

$\frac{8}{21}$

$\frac{5}{11}$

$\frac{11}{3}$

$\frac{13}{8}$

$\frac{5}{4}$

$\frac{9}{10}$

- 6 Calculează:

a)  $\frac{7}{8} + \frac{6}{8}$ ; b)  $\frac{3}{11} + \frac{4}{11} + \frac{5}{11}$ ; c)  $\frac{7}{15} + \frac{2}{15} + \frac{22}{15}$ ; d)  $\frac{21}{8} + \frac{35}{8}$ ; e)  $\frac{13}{12} + \frac{23}{12} + \frac{36}{12}$ ; f)  $\frac{7}{18} + \frac{5}{18}$ .

- 7 Calculează și simplifică, atunci când este cazul, rezultatul obținut:

a)  $\frac{7}{12} - \frac{3}{12}$ ; b)  $\frac{17}{25} - \frac{12}{25}$ ; c)  $\frac{45}{76} - \frac{27}{76}$ ; d)  $\frac{8}{9} - \frac{5}{9}$ ; e)  $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$ ; f)  $\frac{49}{3} - \frac{18}{3}$ ; g)  $\frac{40}{7} - \frac{19}{7}$ ; h)  $\frac{47}{20} - \frac{15}{20}$ .

- 8 Mihai are de rezolvat mai multe probleme în 3 zile. În prima zi rezolvă  $\frac{1}{3}$  din numărul lor, în a doua zi  $\frac{1}{4}$  din același număr. Ce fracție din numărul problemelor i-a rămas de rezolvat a treia zi?

- 9 În diagrama alăturată sunt trecute, în procente, opțiunile elevilor pentru activitățile sportive. Cât la sută reprezintă elevii care optează pentru baschet?

